SECONDE A,C,T





P. THÉRON
C. MORDELET

collection cossart et théron

MATHÉMATIQUES

BORDAS

MATHÉMATIQUES

CLASSE DE 2e A, C, T

TOME I

E. COSSART
Ancien élève de l'E. N. S.
Professeur de Math. Spéciales
au Lycée Pasteur

P. THÉRON
Ancien élève de l'E. N. S.
Inspecteur général
de l'Instruction Publique

COLLECTION DE MATHÉMATIQUES

CLASSE DE

2e A, C, T

TOME I

Pierre THÉRON
Inspecteur général
de l'Instruction Publique

Camille MORDELET
Agrégé de l'Université
Professeur au Lycée Jacques-Decour

BORDAS

COLLECTION DE MATHÉMATIQUES
COSSART ET THÉRON

CLASSE DE SIXIÈME (programme 1968) — Manuel et Fiches.
G. Caparros, professeur au Lycée d'Arles.

CLASSE DE CINQUIÈME (programme 1968) — Manuel et Fiches.
G. Caparros, professeur au Lycée d'Arles.

CLASSE DE QUATRIÈME
P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
M. Couturier, agrégée de l'Université.
E. Galmard, agrégée de l'Université.

CLASSE DE TROISIÈME
P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
M. Couturier, agrégée de l'Université.
E. Galmard, agrégée de l'Université.

CLASSE DE SECONDE A, C, T (2 tomes) (programmes 1969)
P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
C. Mordelet, agrégé de l'Université.

CLASSE DE PREMIÈRE A (programme 1970).
A. Roumanet, agrégé de l'Université.
J.-L. Boursin, agrégé de l'Université.

CLASSE DE PREMIÈRE A (option) et PREMIÈRE B (programmes 1970).
A. Roumanet, agrégé de l'Université.
P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
M. Couturier, agrégée de l'Université.
J.-L. Boursin, agrégé de l'Université.

CLASSE DE PREMIÈRE C, D, E (2 tomes) (programmes 1970).
P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
M. Couturier, agrégée de l'Université.
J.-L. Boursin, agrégé de l'Université.

CLASSE TERMINALE A
E. Sallé, assistant à la Faculté des Lettres et Sciences humaines de Nanterre.

CLASSE TERMINALE B
C. Pair, agrégé de l'Université.
B. Pouille, agrégé de l'Université.
L. Collot, professeur au Lycée Henri-Poincaré à Nancy.
J.-L. Boursin, agrégé de l'Université.

CLASSE TERMINALE C (3 tomes)
C. Pair, agrégé de l'Université.
B. Pouille, agrégé de l'Université.
L. Collot, professeur au Lycée Henri-Poincaré à Nancy.

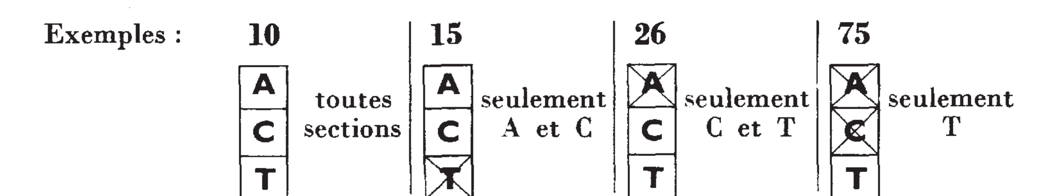
CLASSE TERMINALE D (2 tomes)
C. Pair, agrégé de l'Université.
B. Pouille, agrégé de l'Université.
L. Collot, professeur au Lycée Henri-Poincaré à Nancy.
J.-L. Boursin, agrégé de l'Université.

REMARQUE IMPORTANTE

Le présent ouvrage contient des paragraphes se rapportant aux programmes des trois sections A, C et T et d'autres n'intéressant qu'une ou deux de ces sections.

Pour permettre aux élèves de repérer facilement les questions concernant le programme de leur section, chaque numéro de paragraphe est accompagné d'un cartouche contenant les lettres A, C et T. Si une ou deux lettres sont barrées, le paragraphe n'est pas au programme de la section correspondante.

Exemples :



PROGRAMME

des classes de Seconde A, C et T

Arrêté du 3 juillet 1969
(modifiant l'arrêté du 26 juillet 1968)

AVERTISSEMENT AUX PROFESSEURS

Ce texte est identique à celui de l'arrêté du 26 juillet 1968, avec cette simple adjonction :
« L'ordre suggéré par le programme n'est nulle part imposé ; en particulier le professeur choisira librement son point de départ concernant la géométrie (chap. IV et V de Seconde C). »

SECONDE A

PROGRAMME OBLIGATOIRE

I. — Langage des ensembles

1. — Emploi du vocabulaire de la logique : négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence ; réciproques de certaines assertions. Quantificateurs « quel que soit » et « il existe » ; négation d'assertions comportant éventuellement des quantificateurs.
2. — Ensembles : appartenance. Inclusion, sous-ensemble, ensemble vide ; intersection, réunion, sous-ensembles complémentaires. Lien avec la logique. Produit cartésien de deux ensembles.
3. — Application d'un ensemble (de départ) dans un ensemble (d'arrivée). Bijection. Graphe de cette application dans l'ensemble produit. Définition du mot « équation ».
4. — Relation d'équivalence dans un ensemble ; classes d'équivalence ; exemples.

II. — Nombres réels (notation R)

1. — Inventaire (sans démonstration) des propriétés de l'addition des nombres réels. Définition de la locution « groupe commutatif ». Muni de la loi d'addition, l'ensemble des nombres réels est un groupe commutatif. Le sous-groupe Z des entiers relatifs.
2. — Inventaire (sans démonstration) des propriétés de la multiplication des nombres réels. Muni de la loi de multiplication, l'ensemble des nombres réels non-nuls est un groupe commutatif. Puissances entières (exposant positif, nul, négatif) ; produits et quotients de puissances entières.
3. — Maniement de la règle à calcul (sans aucune théorie).
4. — Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.
Conséquences. Identités concernant

$$(x+y)^2, \quad (x-y)^2 \quad \text{et} \quad x^2-y^2.$$

5. — Relation d'ordre total sur l'ensemble des nombres réels ; règles de calcul concernant cette relation. Intervalle ouvert, intervalle fermé. Valeur absolue. Notion d'approximation, d'encadrement, d'incertitude, d'ordre de grandeur.

III. — Fonctions numériques d'une variable réelle

1. — Fonction numérique d'une variable réelle conçue comme application d'une partie de **R** dans **R**. Distinction entre les notations f et $f(x)$. Fonction constante sur un intervalle ; fonction croissante, fonction décroissante sur un intervalle.
2. — Représentation graphique. Exemples de fonctions en escalier.
3. — Étude de la fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$, et de la fonction affine g définie par $g(x) = ax + b$. Sens de variation de g, signe de $g(x)$. Représentation graphique. Exemples de fonctions affines par intervalles (en particulier $f(x) = |x|$).
4. — Étude de la fonction f définie par $f(x) = a/x$: sens de variation ; étude pour les « petites » et les « grandes » valeurs de $|x|$; représentation graphique.
5. — Équations et inéquations à une inconnue ; position et signification du problème ; sa notation. Exemples simples.

IV. — Vecteurs

1. — Rappels : bijection d'une droite sur **R**, les points (distincts) d'images respectives 0 et 1 étant choisis ; abscisse d'un point ; mesure algébrique d'un segment orienté sur une droite orientée (ou axe) ; formule de Chasles. Segment défini par les abscisses des points qui le limitent : mesure algébrique (segment orienté), longueur, abscisse du milieu.
2. — Bipoints [c'est-à-dire couples (A, B) de points du plan]. Équipollence.

   Vecteurs ; notation $\overrightarrow{AB}$ pour le vecteur dont le bipoint (A, B) est un représentant. Addition des vecteurs ; ils forment un groupe commutatif (ici, et dans la suite, on pourra s'appuyer sur les résultats décrits dans le premier cycle).
   Bijection du plan pointé par la donnée d'une origine sur l'ensemble des vecteurs du plan.
   Multiplication d'un vecteur par un nombre réel.
3. — Introduction de la locution « espace vectoriel ». Exemples : vecteurs du plan $\mathbf{R}^2$, fonctions affines, fonctions en escalier, fonctions affines par intervalles.
4. — Définition d'une application linéaire d'un espace vectoriel dans lui-même ou dans un autre. Exemples : formes linéaires, homothéties vectorielles, projections vectorielles.
5. — Translations dans le plan. Homothéties dans le plan.
   Projection (de direction donnée) du plan ou d'une droite sur une droite de ce plan ; théorème de Thalès.

PROGRAMME COMPLÉMENTAIRE

Les heures facultatives seront consacrées à l'approfondissement du programme de la classe et aux questions complémentaires ci-dessous énumérées (en suivant la numérotation du programme fondamental) ; la connaissance de ce programme complémentaire permettra, éventuellement, l'entrée dans une Première scientifique.

III. 5. — Équation et inéquation du premier degré à une inconnue dans **R**.
Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; déterminant.
6. — Racine carrée (positive ou nulle) d'un nombre positif ou nul (on admettra son existence).

Notation $a^{\frac{1}{2}}$ ou $\sqrt{a}$. Équation numérique du second degré à une inconnue dans **R** ; somme et produit des racines.

IV. 6. — Repère cartésien dans le plan ; coordonnées d'un vecteur ; coordonnées d'un point ; changement de coordonnées par changement d'origine.
Équation de la droite.
7. — A partir des notions expérimentales (dans le plan) de distance, d'orthogonalité et de projection orthogonale sur une droite, on dégagera la notion de produit scalaire de deux vecteurs. Bilinéarité, symétrie. Carré scalaire.

SECONDE C

I. — Langage des ensembles

1. — Emploi du vocabulaire de la logique : négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence ; réciproques de certaines assertions. Quantificateurs « quel que soit » et « il existe » ; négation d'une assertion comportant éventuellement des quantificateurs.
2. — Ensembles : appartenance. Inclusion ; sous-ensemble, ensemble vide ; intersection, réunion, sous-ensembles complémentaires. Lien avec la logique. Produit cartésien de deux ensembles.
3. — Application d'un ensemble (de départ) dans un ensemble (d'arrivée). Graphe de cette application dans l'ensemble produit. Composition de deux applications. Application bijective ; exemples. Application réciproque d'une application bijective. Définition du mot « équation ».
4. — Relation d'équivalence dans un ensemble ; classes d'équivalence ; ensemble-quotient. Exemples.
5. — Exemples de relations d'ordre (en particulier : inclusion ; ordre total sur **R**).

II. — Nombres réels (notation R)

1. — Inventaire (sans démonstration) des propriétés de l'addition des nombres réels. Définition de la locution « groupe commutatif ». Muni de la loi d'addition, l'ensemble des nombres réels est un groupe commutatif. Le sous-groupe Z des entiers relatifs.
2. — Inventaire (sans démonstration) des propriétés de la multiplication des nombres réels. Muni de la loi de multiplication, l'ensemble des nombres réels non nuls est un groupe commutatif. Puissances entières (exposant positif, nul, négatif) ; produits et quotients de puissances entières.
3. — Comparaison des calculs dans le groupe Z et dans le groupe des a^n (a réel non nul donné, $n \in$ Z). Maniement de la règle à calcul (sans aucune théorie).
4. — Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Définition de la locution « corps commutatif ». Conséquence de la distributivité. Identités concernant $(x + y)^2$, $(x - y)^2$, $x^2 - y^2$; les identités analogues pour l'exposant 3 feront l'objet d'exercices.
   Les nombres rationnels forment un corps commutatif Q.
   (Toute étude générale de la structure de corps est exclue du programme.)
5. — Équation du premier degré à une inconnue dans le corps R. Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; déterminant.
6. — Relation d'ordre total sur l'ensemble des nombres réels ; règles de calcul concernant cette relation. Intervalle ouvert, intervalle fermé, intervalle borné. Valeur absolue, valeur absolue d'un produit, d'un quotient, d'une somme, d'une différence. Notions d'approximation, d'encadrement et d'incertitude. Chiffres significatifs, ordre de grandeur d'un résultat.
   Étude de problèmes pouvant faire appel à l'ensemble des connaissances des élèves, et dont la résolution conduit à des équations ou inéquations du premier degré. Ces problèmes devront souvent comporter des questions de calcul numérique.
7. — Racine carrée (positive ou nulle) d'un nombre réel positif ou nul (on admettra son existence) ; notation $a^{\frac{1}{2}}$ ou $\sqrt{a}$. Équation du second degré à une inconnue dans R ; somme et produit des racines d'une équation du second degré.
8. — Usage de tables numériques et d'une machine à calculer de bureau.

III. — Fonctions numériques d'une variable réelle

1. — Fonctions numériques d'une variable réelle conçue comme application d'une partie de R dans R. Distinction entre les notations f et $f(x)$.
   Fonction constante sur un intervalle ; fonction croissante, fonction décroissante sur un intervalle.
2. — Représentation graphique. Exemples de fonctions en escalier.
3. — Étude de la fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$ et de la fonction affine g définie par $g(x) = ax + b$. Sens de variation de g, signe de $g(x)$. Représentation graphique. Exemples de fonctions affines par intervalles, en particulier $f(x) = |x|$.
4. — Étude de la fonction f définie par $f(x) = a/x$: sens de variation ; étude pour les « petites » et les « grandes » valeurs de $|x|$; représentation graphique.

IV. — Géométrie et espaces vectoriels sur R

1. — Rappels : bijection d'une droite sur R, les points (distincts) d'images respectives 0 et 1 étant choisis ; abscisse d'un point ; mesure algébrique d'un segment orienté sur une droite orientée (ou axe) ; formule de Chasles.
   Segment défini par les abscisses des points qui le limitent : mesure algébrique (segment orienté), longueur, abscisse du milieu.
   Changement de repère sur une droite.
2. — Rappel de certaines propriétés affines du plan :
   — la droite dans le plan ; détermination par deux points ;
   — droites parallèles, le parallélisme est une relation d'équivalence ; notion de direction ;
   — projection du plan sur une droite faite parallèlement à une direction donnée ; projection du milieu d'un segment.
   Parallélogramme.
3. — Bipoints [c'est-à-dire couples (A, B) de points du plan].
   Équipollence. Vecteurs du plan ; notation $\overrightarrow{AB}$ pour le vecteur dont le bipoint (A, B) est un représentant. Addition des vecteurs ; ils forment un groupe commutatif. Bijection du plan pointé par la donnée d'une origine, sur l'ensemble des vecteurs.
   Multiplication d'un vecteur par un nombre réel ; définition d'une droite vectorielle.

4. — Introduction de la locution « espace vectoriel ».

Exemples : vecteurs du plan, $\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}^3$, fonctions affines, fonctions en escalier, fonctions affines par intervalles.
Combinaison linéaire de deux vecteurs du plan ; définition de la dépendance linéaire et de l'indépendance linéaire.
Plan vectoriel ; définition d'une base d'un plan vectoriel.

5. — Coordonnées d'un vecteur d'un plan vectoriel dans une base déterminée ; coordonnées de la somme de deux vecteurs, du produit d'un vecteur par un nombre ; condition de dépendance linéaire de deux vecteurs donnés par leurs coordonnées.
Interprétation vectorielle du système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

6. — Application linéaire d'un espace vectoriel dans lui-même ou dans un autre.
Exemples : forme linéaire ; homothétie vectorielle ; projection d'un plan vectoriel sur une droite vectorielle, d'une droite vectorielle sur une droite vectorielle.

7. — Application affine d'un plan vectoriel dans lui-même ; translations.
Groupe des dilatations d'un plan vectoriel $\left[\text{définies par } h(\vec{x}) = a\vec{x} + \vec{b} \text{ ; avec } a \in \mathbf{R}^*\right]$.

8. — Droite ; représentation paramétrique d'une droite définie par un point et un vecteur directeur. Groupe des homothéties et des translations.

9. — Repère cartésien dans un plan. Coordonnées d'un point. Changement de coordonnées par changement d'origine, la base étant inchangée.
Équation cartésienne d'une droite ; équation d'une droite définie par un point et un vecteur directeur, par deux points. Interprétation géométrique du signe d'un polynôme du premier degré à deux variables.

V. — Géométrie métrique plane

1. — Rappel de certaines propriétés métriques du plan :
a) Orthogonalité de deux droites ; c'est une relation symétrique, compatible avec le parallélisme.
b) Distance de deux points ; invariance par translation ; longueur d'un vecteur ; vecteurs unitaires ; cercle.
c) Projection orthogonale sur une droite.
d) Rapport de projection orthogonale d'une droite orientée sur une autre ; sa symétrie.

2. — Produit scalaire de deux vecteurs ; symétrie, bilinéarité. Carré scalaire d'un vecteur.
Carrés scalaires de la somme et de la différence de deux vecteurs ; théorème de Pythagore.
Inégalité de Cauchy-Schwarz. Inégalité triangulaire.
Étant donné deux points fixes A et B, transformation des expressions $MA^2 + MB^2$ et $MA^2 - MB^2$; problèmes géométriques associés.

SECONDE T

I. — Langage des ensembles

Même programme qu'en Seconde C.

II. — Nombres réels (notation R)

Même programme qu'en Seconde C.

III. — Fonctions numériques d'une variable réelle

Même programme qu'en Seconde C.

IV. — Géométrie et espaces vectoriels sur R

Mêmes paragraphes 1, 2, 3, 4, 5 qu'en Seconde C.

6. — Extension à l'espace des notions présentées au paragraphe 2 (il s'agira seulement dans ce paragraphe, en partant de constatations expérimentales, de dégager un langage correct) ; plans et droites dans l'espace ; détermination ; parallélisme.
Notions de direction de droite, de direction de plan.
Projection de l'espace sur un plan, parallèlement à une direction donnée de droite ; projection de l'espace sur une droite, parallèlement à une direction donnée de plan.

7. — Même paragraphe que le paragraphe 9 de Seconde C.

V. — Géométrie métrique

1. — A partir des notions expérimentales (dans l'espace) de distance, d'orthogonalité et de projection orthogonale sur une droite, on dégagera la notion de produit scalaire de deux vecteurs. Bilinéarité, symétrie. Carré scalaire (plan et espace).
   Application à la relation $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cos \widehat{A}$ dans un triangle et au théorème de Pythagore.
2. — Notions très simples de géométrie descriptive : épures du point, de la droite, de deux droites concourantes, de deux droites parallèles, du plan, de deux plans perpendiculaires.

VI. — Pratique du calcul numérique

Valeurs approchées de $(1 + x)^a$ pour $a = -1, 2, -2, 1/2, -1/2$ et $|x|$ petit.

Progressions arithmétiques et géométriques ; application aux séries Renard et aux nombres normaux. Logarithmes décimaux ; usage (toutes les propriétés utilisées seront admises).

N. B. — Ce chapitre ne doit donner lieu à aucun développement magistral systématique. Les problèmes proposés aux élèves devront en général comporter des questions de calcul numérique. Ces problèmes pourront porter sur toutes les matières des divers programmes de la classe ou des classes antérieures, et s'appuyer sur des exemples concrets de mathématiques, physique, technologie et autres branches de la vie courante.